

**ETAPA LOCALĂ – 8 FEBRUARIE 2025****Clasa a V-a****Soluții și baremul de corectare****Problema 1.**

a) $2+3+6=11$

1p

b) Plăcile pot fi așezate pe primul rând în șase moduri: VGA, VAG, GVA, GAV, AVG, AGV.

1p

Dacă, de exemplu, pe primul rând sunt așezate plăcile VGA sub placa V poate fi așezată numai o placă i) G sau ii) A.

V	G	A
---	---	---

i) Dacă este așezată o placă G următoarele două plăci așezate sunt A și V, iar ultimul rând trebuie completat AVG, deci există o singură posibilitate de completare.

V	G	A
G	A	V
A	V	G

1p

ii) Dacă se este așezată o placă A, repetând raționamentul din cazul i) se mai obține încă o posibilitate de completare.

În concluzie cele nouă plăci pot fi așezate în $6 \cdot 2 = 12$ moduri.**1p**

c)

$$18+27+22+32+16+13+15+24+8+25=200$$

1p

$$200:5=40$$

1pDin $18+22=27+13=32+8=16+24=15+25=40$, rezultă că se pot grupa numerele 18, 27, 22, 32, 16, 13, 15, 24, 8, 25 în perechi astfel încât suma numerelor din fiecare pereche este același număr**1p****Problema 2.**

a) $1^3+6^3+8^3=729$

1p

$$729=9^3$$

1p

b) $9^{2025}=9^{2022} \cdot 9^3=9^{2022} \cdot 729=9^{2022} \cdot (1^3+6^3+8^3)=$

2p

$$=9^{2022}+9^{2022} \cdot 6^3+9^{2022} \cdot 8^3=$$

1p

$$=(9^{674})^3+(9^{674} \cdot 6)^3+(9^{674} \cdot 8)^3$$

2p**Problema 3.**a) Pentru a determina ultima cifră a numărului $n(n+1)$ este suficient să se determine ultima cifră a numerelor $0 \cdot 1=0$, $1 \cdot 2=2$, $2 \cdot 3=6$, $3 \cdot 4=12$, $4 \cdot 5=20$, $5 \cdot 6=30$, $6 \cdot 7=42$, $7 \cdot 8=56$, $8 \cdot 9=72$.**1p**Rezultă că ultima cifră a numărului $n(n+1)$ este 0, 2 sau 6.**1p**b) Din a) rezultă că $\overline{ab} \cdot (\overline{ab}+1)$ poate fi egal cu 210, 432, 456 sau 876.**1p**Din $210=14 \cdot 15$ și $\overline{ab} \cdot (\overline{ab}+1)=210$, rezultă $\overline{ab}=14$.**1p**Din $20 \cdot 21=420 < 432 < 462=21 \cdot 22$, rezultă că nu există un număr \overline{ab} cu proprietatea $\overline{ab} \cdot (\overline{ab}+1)=432$.**1p**Din $20 \cdot 21=420 < 456 < 462=21 \cdot 22$, rezultă că nu există un număr \overline{ab} cu proprietatea $\overline{ab} \cdot (\overline{ab}+1)=456$.**1p**Din $29 \cdot 30=870 < 876 < 930=30 \cdot 31$, rezultă că nu există un număr \overline{ab} cu proprietatea $\overline{ab} \cdot (\overline{ab}+1)=876$.**1p**

Problema 4.

Din teorema împărțirii cu rest rezultă $\overline{abbb} = 4\overline{baaa} + 3$,
de unde $b = 1$ sau $b = 2$.

1p**2p**

Dacă $b = 1$, atunci $556a = 3892$ și rezultă $a = 7$, deci $\overline{abbb} = 7111$.

2p

Dacă $b = 2$, atunci $556a = 7781$. Nu există o cifră a cu această proprietate pentru că un număr par nu este egal cu un număr impar.

2p